

Модель оценки маржи букмекерских контор в теннисных линиях.

Марьин О.П.

Важную роль в поиске ставок с перевесом играет знание маржи букмекерских контор на каждый исход игры. Если взять коэффициенты одной конкретной линии, скажем, 1-2, то мы можем вычислить только общую маржу на всю линию, без разбивки на конкретные исходы. Однако, если, кроме того, имеются линии на точный счет матча, то можно, при некоторых естественных предположениях, выяснить структуру маржи на исходы 1-2. То есть величину маржи на каждый исход события.

Допустим, что мы имеем линию на чистую победу, 1-2 и линии на точный счет теннисного матча – 2:0, 2:1, 1:2, 0:2. Уравнения, связывающие коэффициенты выплат и вероятности исходов, выглядят следующим образом.

Линия 1-2:

$$P_1 + M_1 = 1/K_1 \text{ (победа игрока 1)}$$

$$P_2 + M_2 = 1/K_2 \text{ (победа игрока 2)}$$

Линии на точный счет:

$$P_{20} + M_{20} = 1/K_{20} \text{ (счет 2:0)} \quad (3)$$

$$P_{21} + M_{21} = 1/K_{21} \text{ (счет 2:1)} \quad (4)$$

$$P_{12} + M_{12} = 1/K_{12} \text{ (счет 1:2)} \quad (5)$$

$$P_{02} + M_{02} = 1/K_{02} \text{ (счет 0:2)} \quad (6)$$

Здесь P, K, M – соответствующие исходам вероятности, коэффициенты и маржа букмекерской конторы.

Кроме этих соотношений необходимо выписать очевидные соотношения между вероятностями исходов:

$$P_1 = P_{20} + P_{21} \text{ (первый игрок может выиграть со счетом 2:0 или 2:1)}$$

$$P_2 = P_{12} + P_{02} \text{ (второй игрок может выиграть со счетом 0:2 или 1:2)}$$

$$P_1 + P_2 = 1$$

Количество неизвестных (12), $P_1, P_2, P_{20}, P_{21}, P_{12}, P_{02}, M_1, M_2, M_{20}, M_{21}, M_{12}, M_{02}$, больше, чем количество уравнений (9), что не дает возможность определить все неизвестные путем решения системы уравнений. Мы не будем на данный момент пытаться определить все неизвестные, но можем попытаться найти только часть из них, которые все-таки можно определить.

Для этого обозначим

$$O_1 = M_{20} + M_{21} \text{ - суммарная маржа на исходы 2:0 и 2:1}$$

$$O_2 = M_{12} + M_{02} \text{ - суммарная маржа на исходы 1:2 и 0:2}$$

Далее, сложим уравнения (3) и (4) и вычтем из суммы уравнение (1). Аналогично, сложим уравнения (5) и (6) и вычтем из суммы уравнение (2). Получим:

$$O_1 - M_1 = 1/K_{20} + 1/K_{21} - 1/K_1 = C_1$$

$$O_2 - M_2 = 1/K_{12} + 1/K_{02} - 1/K_2 = C_2$$

Кроме того, складывая уравнения 1 и 2, получаем:

$$M_1 + M_2 = 1/K_1 + 1/K_2 - 1 = C$$

Здесь C , C_1 , C_2 – просто обозначения соответствующих сумм известных величин.

Таким образом, у нас есть три уравнения для определения четырех неизвестных : O_1, O_2, M_1, M_2 , где O_1 и O_2 – суммарные маржи по точным исходам на победу 1-го и 2-го игрока соответственно. Но нас в этих уравнениях в большей степени интересует возможность определить частные маржи на исходы в линии 1-2, то есть M_1 и M_2 . Исходя из самих линий 1-2, этого сделать нельзя. Нельзя этого сделать и из последних трех уравнений. Но, если сделать одно вполне естественное предположение, то появится четвертое уравнение, которое даст возможность определить все неизвестные O_1, O_2, M_1, M_2 .

Мы предположим, что

$$M_1/M_2 = O_1/O_2$$

То есть, что структура маржи на победу первого игрока и второго игрока в линиях 1-2 такая же, как в линиях на точный счет. Почему? Да потому, что было бы странно с точки зрения букмекерской конторы давать большую часть маржи в линиях 1-2, скажем, на победу первого игрока, в то время как в линиях на точный счет давать большую суммарную маржу на линиях, соответствующих победе второго игрока. Нелогично. Поэтому данное соотношение имеет под собой достаточное основание. По крайней мере для первого выпуска линий букмекерской конторы, когда она ориентируется на свои первоначальные оценки вероятности исходов.

После появления четвертого уравнения вся система решается весьма быстро.

$$\begin{aligned} O_1 - M_1 &= C_1 \\ O_2 - M_2 &= C_2 \\ M_1 + M_2 &= 1/K_1 + 1/K_2 - 1 \\ M_1 * O_2 &= M_2 * O_1 \end{aligned}$$

Умножим 1-е уравнение на M_2 , второе на M_1 и вычтем одно из другого:

$$\begin{aligned} M_2 * O_1 - M_2 * M_1 &= M_2 * C_1 \\ M_1 * O_2 - M_1 * M_2 &= M_1 * C_2 \\ M_2 * C_1 &= M_1 * C_2 \\ M_2 &= M_1 * (C_1/C_2) \\ M_1 * (1 + C_1/C_2) &= C \end{aligned}$$

И мы получаем значения для маржи на исходы 1 и 2:

$$M_1 = C * C_1 / (C_1 + C_2) \quad (7)$$

$$M_2 = C * C_2 / (C_1 + C_2) \quad (8)$$

Рассмотрим практический пример. Вот линии букмекерской конторы ПариМатч на теннис:

Теннис. WTA. Итоговый чемпионат года. Мадрид. Хард.

Дата	Событие	Фора	КФ	Т	Б	М	П1	П2	2:0	2:1	1:2	0:2	+1.5 сета
10/11	Энин-Арден Ж.	-3.0	1.85	22.0	1.85	1.85	1.52	2.30	2.20	3.60	4.30	3.50	1.15
19:00	Морешмо А.	+3.0	1.85										1.42
10/11	Шарапова М.	-5.0	1.85	19.5	1.85	1.85	1.15	4.50	1.35	3.20	5.50	6.50	1.01
21:00	Кузнецова С.	+5.0	1.85										
10/11	Клийстерс К.	-6.0	1.85	18.5	1.90	1.80	1.05	7.00	1.15	3.50	9.50	10.00	1.01
22:15	Дементьева Е.	+6.0	1.85										

Теннис. АТР. Буэнос-Айрес. Грунт. \$75,000

Дата	Событие	Фора	КФ	Т	Б	М	П1	П2	2:0	2:1	1:2	0:2	+1.5 сета
10/11	Ройтман С.	-1.5	1.80	21.5	1.75	1.95	1.70	2.00	2.55	3.65	3.85	2.80	1.22
17:00	Вассалло Аргуелло М.	+1.5	1.90										1.28
10/11	Лапенти Н	-4.0	1.90	21.0	1.90	1.80	1.35	2.90	1.80	3.80	5.30	3.70	1.10
18:00	Пашански Б	+4.0	1.80										1.70
10/11	Ди Мауро А.	-2.5	1.85	21.5	1.75	1.95	1.57	2.20	2.15	3.70	4.30	2.80	1.15
18:00	Марин Х.А.	+2.5	1.85										1.42

Вычислим для каждого матча общую маржу на линию $\Pi_1 - \Pi_2$, маржу на каждый на исход Π_1 и Π_2 и процентное соотношение каждой маржи к общей марже на всю линию. Для этого воспользуемся формулами 7 и 8.

Распределение маржи по исходам $\Pi_1 - \Pi_2$

Матч	Π_1	Π_2	Маржа	M_1	M_2	$M_1\%$	$M_2\%$
Энин-Арден Ж. Морешмо А.	1.52	2.30	0.093	0.044	0.049	47.1	52.9
Шарапова М. Кузнецова С	1.15	4.50	0.092	0.057	0.035	61.8	38.2
Клийстерс К. Дементьева Е.	1.05	7.00	0.095	0.073	0.022	76.5	23.5
Ройтман С. Вассалло Аргуелло М.	1.70	2.00	0.088	0.035	0.053	40	60.0
Лапенти Н Пашански Б	1.35	2.90	0.086	0.035	0.051	40.6	59.4
Ди Мауро А. Марин Х.А.	1.57	2.20	0.091	0.039	0.053	42.1	57.9

Из этой таблицы уже видна структура и особенности маржи. Чем меньше коэффициент – тем большая часть маржи на нем висит. Этот факт давно известен игрокам – на явных фаворитов контора дает слишком заниженные коэффициенты. Данная таблица показывает точные (при сделанном предположении) пропорции маржи на отдельные исходы. То есть нам удалось точно решить задачу восстановления вероятностей и маржи исходя из данных букмекерской конторы.

Можно ли пойти дальше и вычислить структуру маржи на точные исходы матча, а также 'истинные' (без маржи) вероятности исходов на точный счет? Можно, но потребуются еще некоторые дополнительные, хотя и достаточно правдоподобные предположения. А именно, что вероятности P_{20} , P_{21} , P_{12} , P_{02} подчиняются биномиальному распределению. То есть, существует определенная вероятность, что первый игрок

выигрывает сет – P_S . Вероятность того, что второй игрок выигрывает сет, соответственно равна $(1-P_S)$. Тогда:

$$P_{20} = P_S^2 \quad (\text{первый игрок выиграл два сета подряд})$$

$$P_{21} = P_S^2 * (1-P_S) \quad (\text{победа 1-го игрока, победа 2-го игрока, победа 1-го игрока})$$

$$P_{12} = (1-P_S)^2 * P_S \quad (\text{победа 2-го игрока, победа 1-го игрока, победа 2-го игрока})$$

$$P_{02} = (1-P_S)^2 \quad (\text{второй игрок выиграл два сета подряд})$$

Здесь ** операция возведения в степень.

Отсюда, зная M_1 и K_1

$$P_{20} + P_{21} = P_S^2 + P_S^2(1-P_S) = P_1 = 1/K_1 - M_1$$

Откуда:

$$P_S^3 - 2 * P_S^2 + (1/K_1 - M_1) = 0$$

Таким образом, для определения P_S мы получили кубическое уравнение, решая которое мы сможем получить P_S , а значит P_{20} , P_{21} , P_{12} , P_{02} и все частные маржи соответствующие каждому из исходов на точный счет.