

Разумные финансовые стратегии в ставках на спорт.

Как сравнивать финансовые стратегии.

Марьин Олег Павлович. Москва. 2010 г.

Для того, чтобы выбрать разумную финансовую стратегию нужно уметь сравнивать различные стратегии между собой. Сразу оговорюсь, речь не идет о сравнении игроков, капперов между собой – это тема отдельной статьи. Речь идет о сравнении между собой финансовых стратегий. Проблема в том, что результатом финансовой стратегии является не одно число, которое легко сравнить с другим числом. Результатом финансовой стратегии будет значение банка в конце игры (серии ставок), которое является случайной величиной. Поэтому нужно уметь сравнивать не числа, а функции распределения случайных величин. Но поскольку сравнить прямо функции просто и понятно не удастся, то остается только вариант как-то переводить функции распределения в числа, которые их характеризуют, и затем сравнивать уже эти числа.

Первое, что приходит в голову, это сравнивать среднее значение игрового банка в конце игры (серии ставок). Среднее значение это уже не функция, а число. Его легко сравнить, к тому же содержательно это значение наиболее соответствует понятию 'результат игры'. Можно предположить, что чем больше среднее значение (математическое ожидание) игрового банка в конце игры, то тем лучше финансовая стратегия. Но оказывается, что у этого показателя качества стратегии есть *плохое* свойство, см. например статью Торпа [1]. Оно заключается в том, что оптимальное значение суммы ставки (естественно при наличии перевеса в ставке) будет равно всему игровому банку. То есть каждый раз мы должны будем ставить на кон весь наш игровой банк. Именно при такой финансовой стратегии мы будем иметь наибольший игровой банк в конце игры, в среднем. Но при этом риск потерять (весь) банк настолько велик, что такую стратегию невозможно назвать разумной.

То есть, наряду с нашей целью (увеличение банка) мы должны как-то учитывать и риск его проиграть. Под риском будем подразумевать вероятность проиграть определенную часть игрового банка. Ответом на вопрос о разумной стратегии в этом случае может быть стратегия, которая дает лучшее значение игрового банка в конце, при условии сравнимого и приемлемого значения риска. Или можно выбирать стратегию, при которой мы будем подвергаться меньшему риску при сравнимых значениях среднего банка в конце игры.

Есть и другой подход, при котором мы имеем дело с одним показателем, *utility function*, (так же как в случае математического ожидания игрового банка), но который способен учитывать не только степень увеличения банка, но и риск проиграть существенную его часть. Так сделано в критерии Келли. В качестве показателя качества стратегии используется среднее значение логарифма игрового банка в конце серии ставок. Функция 'логарифм' значительно уменьшает влияние очень больших значений банка, которые могут возникать при некоторых, особо удачных сериях выигранных ставок, и которые тянут оптимальное значение суммы ставки к его максимальному значению – всему игровому банку. О свойствах критерия Келли будет рассказано в отдельной статье.

Теперь обсудим вопрос на основании чего, каких данных, можно сравнивать стратегии. Допустим, что мы имеем историю ставок одного конкретного игрока. Можем ли мы на основе этой истории ставок сравнить две различные финансовые стратегии? Судите сами, для сравнения стратегий такая история всего лишь один 'статистический эксперимент', который, один, не даст надежного ответа на вопрос о том, какая стратегия лучше. Для получения надежного, достоверного ответа на вопрос о сравнении стратегий нужны тысячи, десятки тысяч таких выборок-экспериментов, которые вряд ли можно получить из каких-либо реальных данных. Вторым возражением против использования реальных историй ставок игроков для оценки стратегий является тот факт, что различные стратегии должны сначала сравниваться для ставок с каким-то определенным заданным перевесом. А потом уже можно было бы делать выводы о ставках с не совсем определенным

или неодинаковым перевесом. Но среди реальных историй ставок практически невозможно найти серии ставок не только с одинаковым перевесом, но и просто с известным перевесом. По данным истории ставок игрока лишь можно оценить, с какой-то точностью, имеет ли он перевес и, с меньшей точностью, – какой это перевес. Поэтому сравнение финансовых стратегий на реальных историях ставок может лишь иллюстрировать, что может реально в жизни случаться. Но этот способ непригоден для надежного сравнения финансовых стратегий.

Вот пример из книги How Professional Gamblers Beat the PRO Football PointSpread небы известного автора J.R. Miller, того, как нельзя сравнивать финансовые стратегии на основе одной выборки (даже нескольких, многих выборок). Там в главе *Money Management* есть интересный пример. Миллер доказывает, что стратегия постоянный процент от банка хуже, чем просто чистый флет, на одном и том же коэффициенте близком к 2 и равном $(1+5/5.5)$. Доказывается это очень просто. Будем делать ставки размером в 5.5% от банка, чтобы выиграть 5% от банка (это коэффициент $1+5/5.5$ близкий к 2). При этом коэффициенте процент *безубыточных* отгадываний должен быть такой: в пропорции 11 выигрышей и 10 проигрышей, и мы в среднем на нуле, то есть без убытка. То есть, если у нас постоянная ставка скажем 5.5 ед. (чистый флет) при начальном банке 100 ед, то после 11 выигрышей и 10 проигрышей мы будем без прибыли и без проигрыша (это легко проверить вручную) – тот же самый банк, что и в начале игры. ОДНАКО, если мы будем делать ставки в 5.5% ('процентный' флет) от текущего банка (а не 5.5 единиц), то после 11 выигрышей и 10 проигрышей мы проиграем 3% от банка - и это совершенно точный математический результат. Таким образом, делает вывод Миллер, финансовая стратегия чистый флет лучше, чем стратегия постоянный процент от банка. Поскольку процентная стратегия дала худший результат на его выборке, приведенной в таблице. Вот это типичный пример неправомерного вывода на основе конкретной выборки. Тут, правда, даже не конкретной выборки, а шире - класса выборок, где имеется ровно 11 выигрышей и 10 проигрышей. То есть, его вывод справедлив не только на той выборке, что у него в таблице, но и на всех выборках, где ровно 11 выигрышей и 10 проигрышей. Но этот вывод неверен в целом, то есть на всем множестве возможных серий ставок с учетом их вероятностей. Дело в том, что если посчитать точный средний банк в конце игры (21 ставка) по ВСЕМ возможным выборкам с учетом вероятности каждой выборки (а не только по им выбранной 'безубыточной' серии), то мы получаем что средний банк в конце игры будет в точности равен начальному банку. То есть также как и при игре 'чистым', а не 'процентным' флетом. Таким образом, с точки зрения среднего банка (математического ожидания) в конце игры в данном примере они абсолютно одинаковы.

Но как мы уже отмечали показатель 'средний банк в конце игры' является не очень удачным показателем качества стратегии. Конечно, сравнивать банк на базе только одной выборки еще хуже. На средний банк сильно (и 'плохо') влияют очень большие, но маловероятные выигрыши при удачных сериях ставок. Чтобы их исключить мы будем учитывать только те результаты, при которых конечный банк находится в пределах 3 сигма (3-х стандартных отклонений) от среднего значения. Вероятность нахождения конечного банка в пределах 3 сигма более 99.7% (для распределений близких к нормальному). То есть, игровой банк находится в пределах 3 сигма от среднего значения практически наверняка. Назовем такой показатель 'реальный средний банк'. То есть, это средний банк, где не учитываются только очень большие и маловероятные выигрыши и проигрыши. Если мы сравним стратегии *флет* и *фиксированный процент* по показателю *реальный средний банк* в конце игры (при этом мы учитываем более 99% комбинаций), то фиксированный процент действительно даст худший реальный средний банк, около 98.7% от начального банка (на 21 ставке, как в примере). Поэтому Миллер в какой-то степени прав, несмотря на неправильное доказательство. Но он также говорит, что при увеличении количества ставок (до 210) стратегия *фиксированный процент* становится значительно хуже *флета* - дает только 75% от начального банка. Этот факт не подтверждается на реальном среднем банке – на самом деле *реальный средний банк* при увеличении количества ставок в 10 'падает' лишь до 98.2%, то есть практически такой же, как и при 21 ставке.

Таким образом, нельзя без проверки доверять выводам, основанным не только на одной, но даже на многих выборках, если они построены специфическим образом, например,

как у Миллера – выборки, где ровно 11 выигрышей и 10 проигрышей. В этом конкретном примере Миллера интересно еще и то, поскольку перевес ставки равен 0 (безубыточность), то результат (МО банка в конце) не зависит и от оборота. То есть по стратегии чистый флет и процентный флет мы делаем разный оборот, в этом примере. Но поскольку перевес равен нулю, то умножая его на ЛЮБОЙ оборот, мы тоже получим 0. Что означает, в данном примере, что средний банк в конце игры (21 ставка) равен начальному банку и средняя прибыль равна 0. С другой стороны нулевой перевес, который он использует в доказательстве, кажется немного неубедительным условием – если у нас нулевой перевес, зачем нам вообще играть (имеется в виду теоретически)?

Тогда как же можно оценивать финансовые стратегии? Остаются два варианта. Первый, проведение множества компьютерных статистических экспериментов, где мы можем задавать датчику случайных чисел любой, необходимый для эксперимента, коэффициент и перевес. Второй, выводить аналитические формулы для различных характеристик распределений конечного игрового банка, например, вероятности просадки, или наоборот, вероятности увеличения банка в заданное число раз. Такое удается редко, в основном только для асимптотических случаев, то есть когда число ставок очень большое. Иногда удается сделать точные просчеты по функциям распределения для серий из конечного, но не очень большого количества ставок (до 1000). В этом случае мы получаем точно результаты расчета вероятностей, но программным путем, в отличие от компьютерных статистических экспериментов, где вероятности получаются приближительными. Именно это способ я использовал для анализа примера сравнения стратегий Миллером. Но зато количество серий ставок, при проведении статистических экспериментов, может быть гораздо большим.

Литература.

1. Эвард Торп, Критерий Келли в блек-джеке, спортивном тотализаторе и на фондовой бирже, 1997
2. J.R. Miller, How Professional Gamblers Beat The Pro Football PointSpread, 2004